5. Énoncés des exercices

Exercice 5.1 $u_n = n^2 - 3n + 1$. Calculez u_1, u_2, u_3, u_4, u_5.

Exercice 5.2 Dans chacun des cas ci-dessous, trouvez la fonction f telle que, pour tout entier naturel n,
$u_n = f(n)$,
et calculez les termes de u_0 à u_5.

a) $u_n = 2n + 5$
b) $u_n = \frac{n^2-1}{n+2}$

Exercice 5.3 Dans chacun des cas ci-dessous, trouvez la fonction f telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = f(n)$, et calculez les termes u_0 à u_5.
a) $u_n = \frac{n}{\sqrt{n+1}}$
b) $u_n = n^2 - \sqrt{n} + 1$

Exercice 5.4 La suite (u_n) est définie par la donnée explicite du terme u_n pour tout entier naturel n.
Dans chacun des cas suivants, exprimez en fonction de n les termes u_{n-1}, u_{n+1}, u_{2n}, u_{2n+1} de la suite (u_n).

a) $u_n = 3n^2 - 1$
b) $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$

Exercice 5.5 La suite (u_n) est définie par la donnée explicite du terme u_n pour tout entier naturel n.
Dans chacun des cas suivants, exprimez en fonction de n les termes u_{n-1}, u_{n+1}, u_{2n}, u_{2n+1} de la suite (u_n).

a) $u_n = \frac{n^2+n+1}{2n+1}$
b) $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2(n+1)}$

Exercice 5.6 $u_0 = 3$, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} - 3$. Calculez u_1 et u_2.

Exercice 5.7 Dans chacun des cas suivants, trouvez la fonction f telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$, et calculez les termes de u_1 à u_5.

$a) \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n} \end{cases}$ $b) \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n(u_n + 1) \end{cases}$

Exercice 5.8 On considère la suite $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$

1) Calculez les termes u_1 à u_5

2) Conjecturez une formule explicite permettant de calculer directement u_n en fonction de n.

3) A partir de la formule obtenue, retrouvez la valeur de u_0, et la relation de récurrence entre u_n et u_{n+1}.

Exercice 5.9 On considère la suite $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 1 - \frac{1}{1+u_n} \end{cases}$

1) Calculez les termes u_1 à u_5

2) Conjecturez une formule explicite permettant de calculer directement u_n en fonction de n.

3) A partir de la formule obtenue, retrouvez la valeur de u_0, et la relation de récurrence entre u_n et u_{n+1}.

Exercice 5.10 (u_n) est définie, pour tout entier naturel n, par :
$u_n = n^3 - 3n^2 + 2n + 1$
a) Calculez u_0, u_1, et u_2.
Tous les termes de la suite sont-ils égaux ?
b) Factorisez $(u_n - 1)$. Combien de termes de la suite sont égaux à 1 ?

<u>Exercice</u> 5.11 On donne : $u_0 = 2$, $u_1 = 1 + \frac{1}{2}$, $u_2 = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}$
$u_3 = 1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}$

1) Calculez les termes u_1, u_2 et u_3

2) Conjecturez une formule permettant de calculer u_{n+1} en fonction de u_n.

3) A partir de la formule obtenue, calculez la valeur de u_4, u_5, u_6,et représentez ces termes sur un axe gradué.